

- ***FACTOR  $k$  DE LONGITUD DE PANDEO***  
***en pórticos y sistemas continuos***

# Columnas y otras barras axialmente comprimidas

## ***Hemos tomado algunas ideas respecto de:***

- Capacidad disponible o de proyecto de barra comprimida
- Longitud de pandeo  **$k.L$**
- Comportamiento de barras en zona elástica y en campo inelástico
- Aplicación CIRSOC 301 – EL
  - ★ Parámetro de esbeltez  $\lambda_c$
  - ★ Expresiones de  **$F_{cr}$** 
    - ★ Secciones NO compactas
    - ★ Secciones esbeltas

$$P_d = \phi_c \cdot P_n$$

$$P_n = A_g \cdot F_{cr}$$

$$\phi_c = 0,85$$

$$\lambda_c = \sqrt{\frac{F_y}{F_{cr}}}$$

# Columnas y otras barras axialmente comprimidas

## ■ Aplicación CIRSOC 301 – EL

### ★ Expresiones de $F_{cr}$

#### ★ Secciones NO compactas

$$\lambda_c \leq 1,5 \quad F_{cr} = 0,658^{\lambda_c^2} \cdot F_y$$

$$\lambda_c \geq 1,5 \quad F_{cr} = \frac{0,877}{\lambda_c^2} \cdot F_y$$

#### ★ Secciones esbeltas

$$\lambda_c \sqrt{Q} \leq 1,5 \quad F_{cr} = Q \cdot \left( 0,658^{Q \cdot \lambda_c^2} \right) \cdot F_y$$

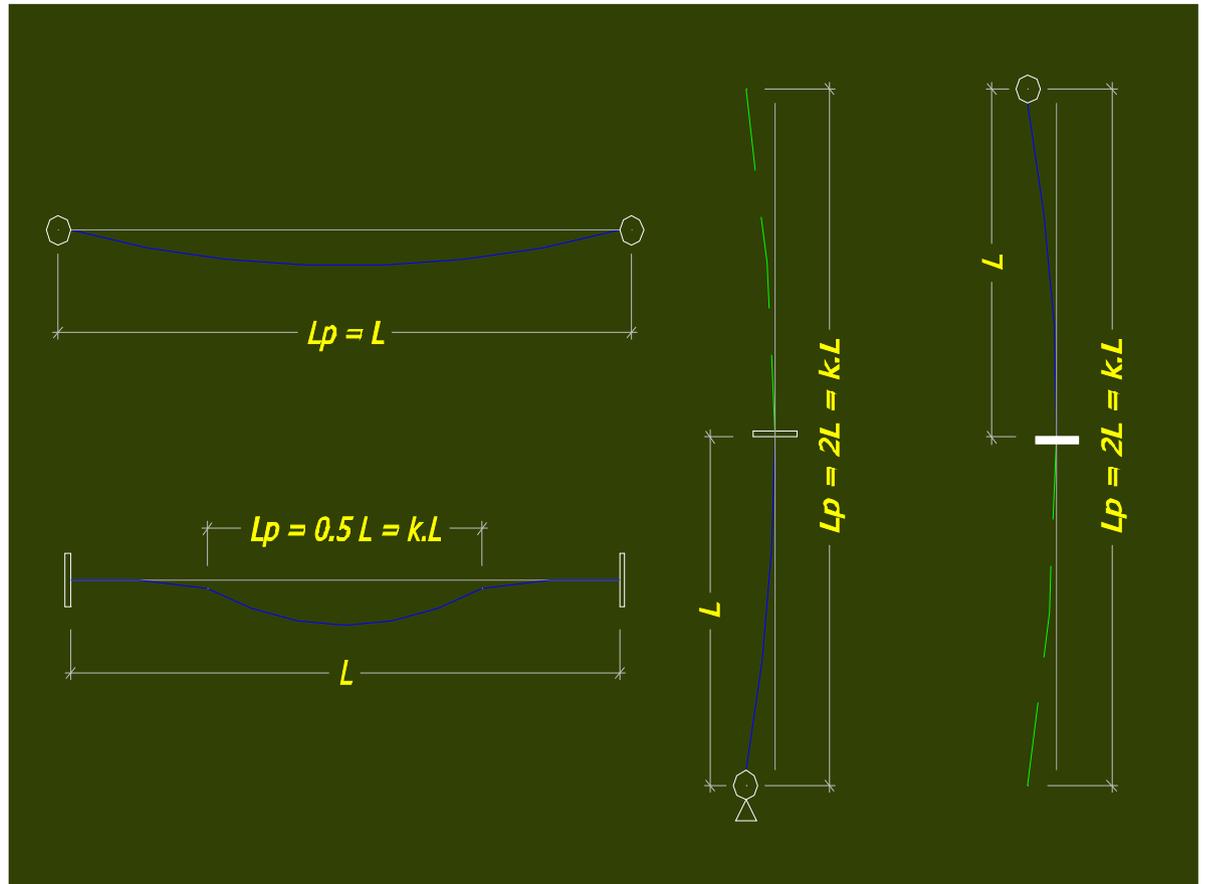
$$\lambda_c \sqrt{Q} \geq 1,5 \quad F_{cr} = \frac{0,877}{\lambda_c^2} \cdot F_y$$

## FACTOR DE PANDEO $k$

La capacidad de una barra comprimida de longitud real  $L$ , con cualquier condición de vínculo en sus extremos, puede compararse con la de una pieza considerada biarticulada de longitud  $k \cdot L$ , de modo que el miembro equivalente (modelo) tiene la misma capacidad que el real.

$$P_e = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{(k \cdot L)^2}$$

$$F_e = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{(k \cdot L)^2 \cdot A_g} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\left(\frac{k \cdot L}{r}\right)^2}$$



## ■ Factor de pandeo $k$

El concepto permite asimilar al comportamiento de la barra ideal biarticulada de sección recta, una variedad de situaciones.

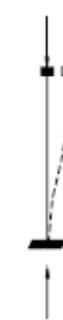


# FACTOR DE PANDEO $k$

■ Diferentes condiciones de apoyos y vínculos

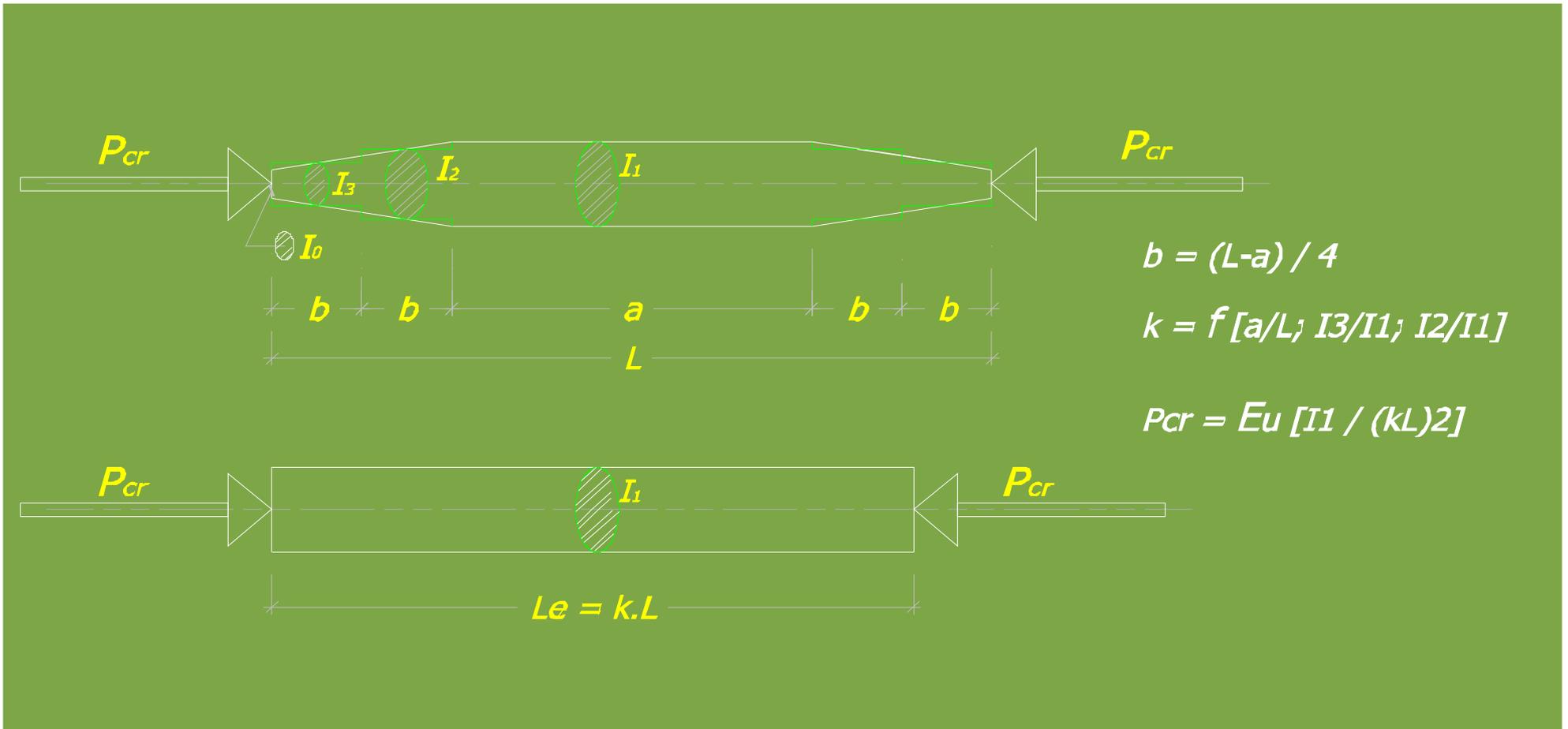
Valores teóricos y prácticos de  $k$

Tabla C-C.2-1  
Valores de K para columnas

	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
La forma de pandeo se indica en línea de puntos						
Valores teóricos de K	0,5	0,7	1,0	1,0	2,0	2,0
Valores recomendados de proyecto para condiciones reales	0,65	0,80	1,2	1,0	2,10	2,0
Condiciones de vínculo	 <ul style="list-style-type: none"> <li>Rotación y Traslación impedida</li> <li>Rotación libre y Traslación impedida</li> <li>Rotación impedida y Traslación libre</li> <li>Rotación libre y Traslación libre</li> </ul>					

## Factor de pandeo $k$

- ➔ Sección transversal variable (cambio de momento de inercia)



# Factor de pandeo $k$

➔ Cargas variables en la longitud de la barra

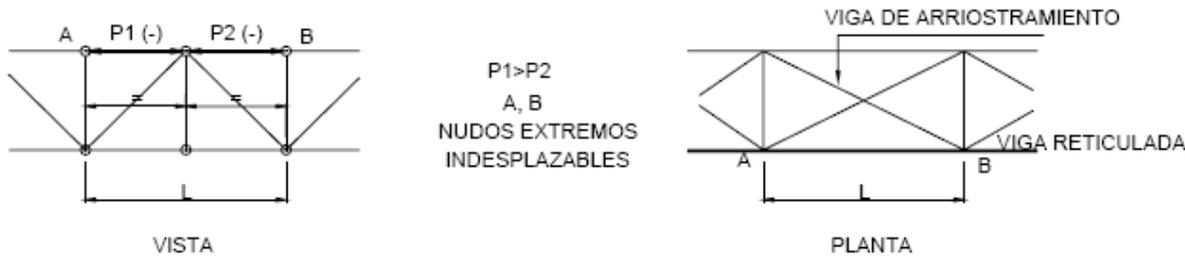
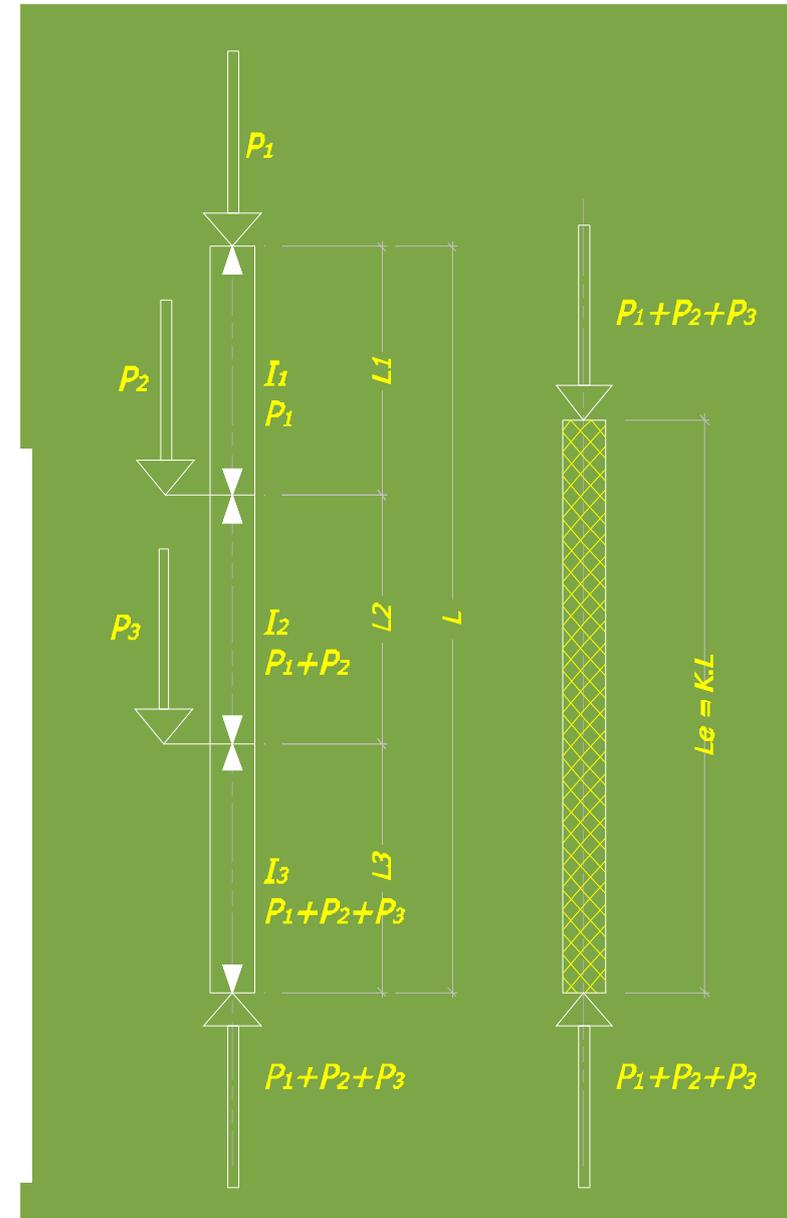


Figura C.2.1. Cordones con distinta carga axial

En cordones continuos con distinta carga axial en sus tramos, si los nudos extremos son indesplazables lateralmente en ambas direcciones (ver la Figura C.2.1.):

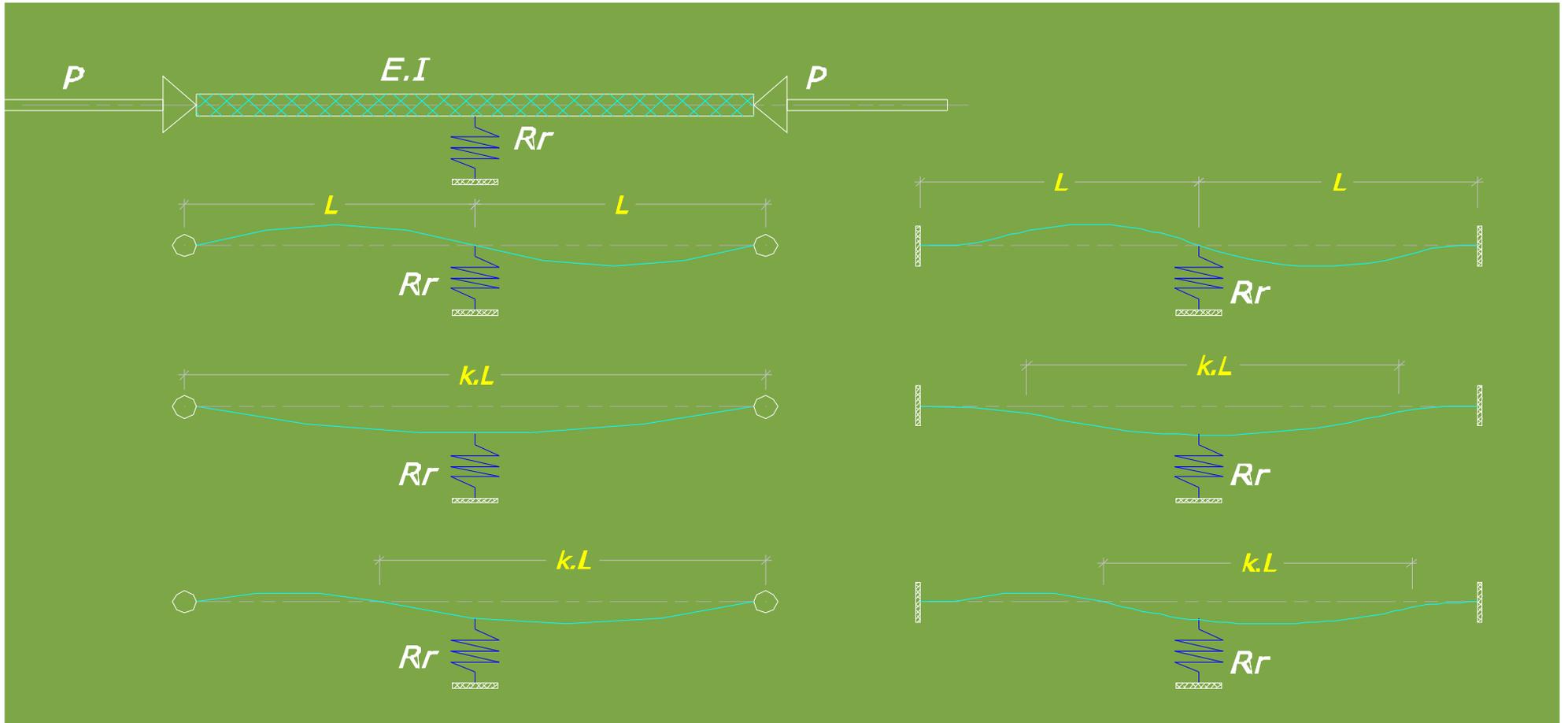
$$k = 0,75 + 0,25 \frac{P_2}{P_1} \quad \text{con } P_1 > P_2 \text{ (en valor absoluto)}$$



# Factor de pandeo $k$

.....

- ➔ Apoyos elásticos en tramo o extremo de la barra

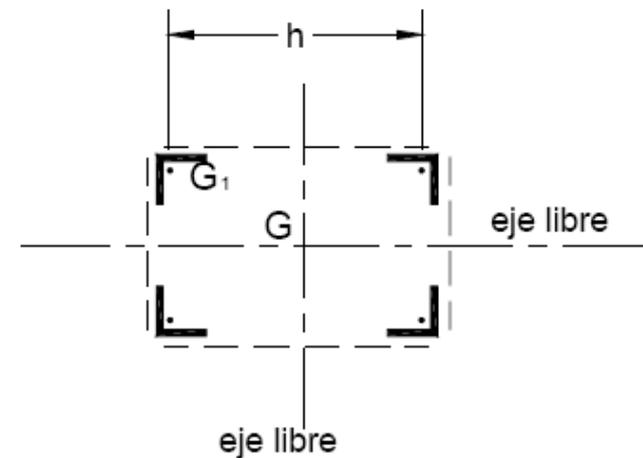
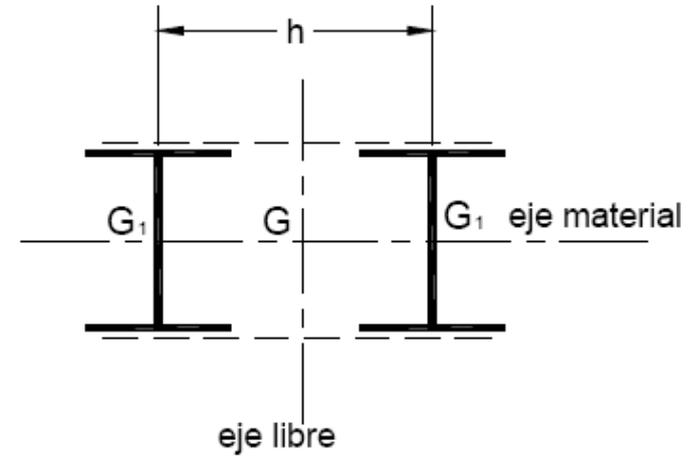


# Factor de pandeo $k$

.....

## ➔ Proyecto de barras armadas

$$\lambda_m = \left( \frac{k \cdot L}{r} \right)_m = \sqrt{\left( \frac{k \cdot L}{r} \right)^2 + \lambda_1^2}$$



# COLUMNAS DE PÓRTICOS

El tema toma fundamental importancia en CIRSOC 301-EL

- B.4.- ESTABILIDAD
- B.5.- PANDEO LOCAL
- Apéndice B – Requerimientos de proyecto
- Capítulo C – Análisis estructural y estabilidad
  - C.2.- ESTABILIDAD DE LA ESTRUCTURA
    - Pórticos arriostrados
    - Pórticos no arriostrados
    - Estructuras trianguladas
- Capítulo E y Apéndice E – Columnas y otras barras comprimidas
- *COMENTARIOS: Capítulo C*

## COLUMNAS DE PÓRTICOS: Factor de longitud de pandeo $k$

- La determinación de  $k$  implica suponer el cumplimiento de varias hipótesis de condiciones ideales.
- La longitud efectiva de pandeo depende de la rigidez relativa de las vigas que concurren al nudo respecto de la rigidez de la columna

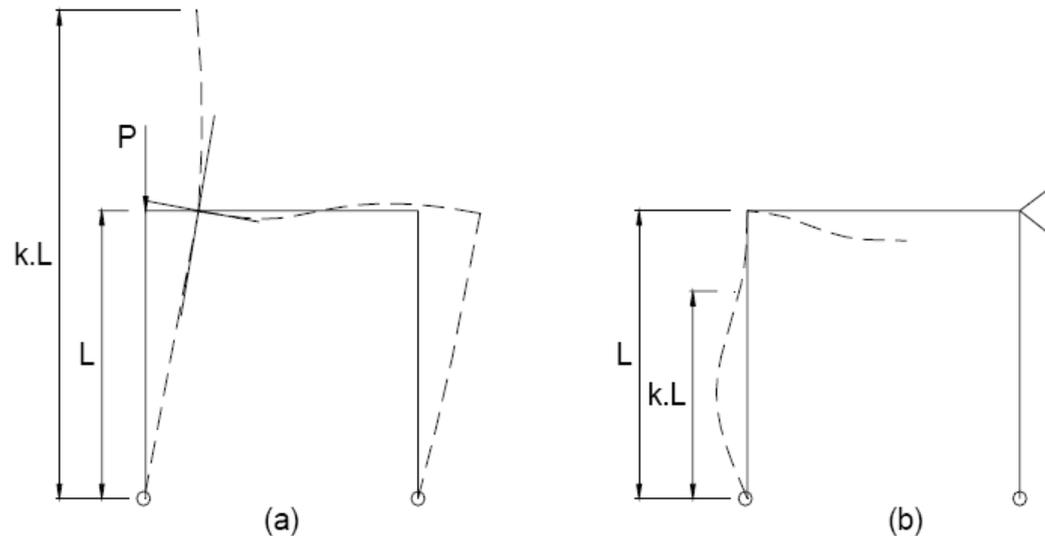


Figura C-C.2-1  
Longitud efectiva de pandeo de columnas

PÓRTICOS NO ARRIOSTRADOS      PÓRTICOS ARRIOSTRADOS

# COLUMNAS DE PÓRTICOS: Factor de longitud de pandeo $k$

Tabla C-C.2-1  
Valores de K para columnas

## ■ VALORES $k$ TEÓRICOS

Es difícil e impreciso adoptar el valor  $k$  correspondiente a una columna componente de un pórtico

La forma de pandeo se indica en línea de puntos	(a) 	(b) 	(c) 	(d) 	(e) 	(f) 
Valores teóricos de K	0,5	0,7	1,0	1,0	2,0	2,0
Valores recomendados de proyecto para condiciones reales	0,65	0,80	1,2	1,0	2,10	2,0
Condiciones de vínculo	<ul style="list-style-type: none"> <li> Rotación y Traslación impedida</li> <li> Rotación libre y Traslación impedida</li> <li> Rotación impedida y Traslación libre</li> <li> Rotación libre y Traslación libre</li> </ul>					

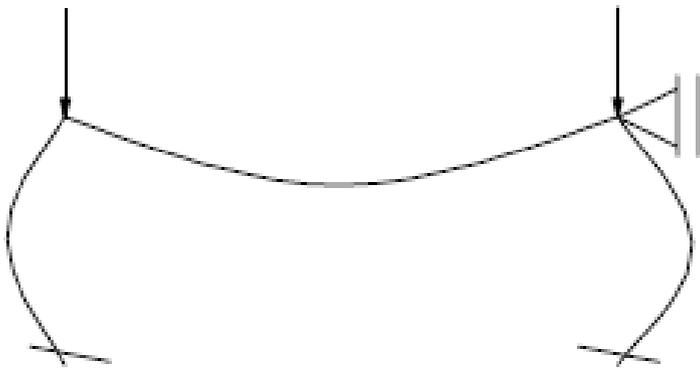
## **■ ÁBACOS o NOMOGRAMAS**

**Se construyen sobre la base de las siguientes hipótesis.**

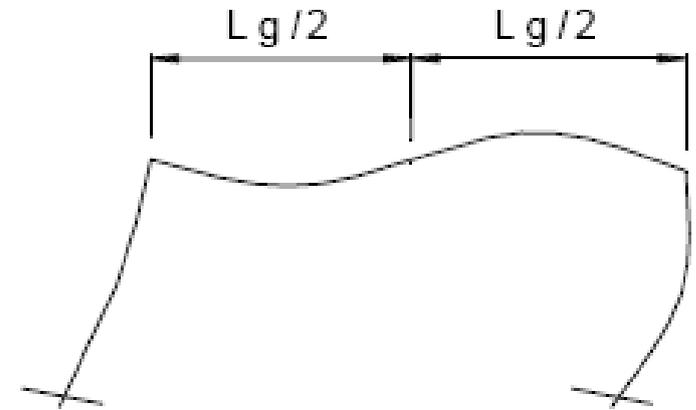
- 1.- Comportamiento elástico del material ( $E=cte$ )**
  - 2.- Sección constante en todas las barras**
  - 3.- Los nudos son rígidos**
  - 4.- Pórticos arriostrados: las rotaciones de extremo son iguales, la viga deforma en simple curvatura**
  - 5.- Pórticos desplazables: las rotaciones son iguales, la deformada es de doble curvatura**
  - 6.- Los parámetros de rigidez de todas las columnas son iguales**
- $$L_i \cdot \sqrt{P_i / E \cdot I_i}$$
- 7.- La restricción al giro del nudo se distribuye para la columna superior e inferior en proporción a la relación de rigidez  $I/L$**
  - 8.- Todas las columna pandean simultáneamente**
  - 9.- No existen esfuerzos de compresión relevantes en las vigas**

## COLUMNAS DE PÓRTICOS: Factor de longitud de pandeo $k$

- Esquema de deformación supuesto:



in d e s p l a z a b l e s



d e s p l a z a b l e s

**Figura C-C.2-2**

# COLUMNAS DE PÓRTICOS: Factor de longitud de pandeo $k$

Sist. indesplazables

$$k = \min \left[ 0,7 + 0,05 (G_A + G_B); 0,85 + 0,05 G_{\min}; 1 \right]$$

Sistemas desplazables

$$G_m = (G_A + G_B) / 2$$

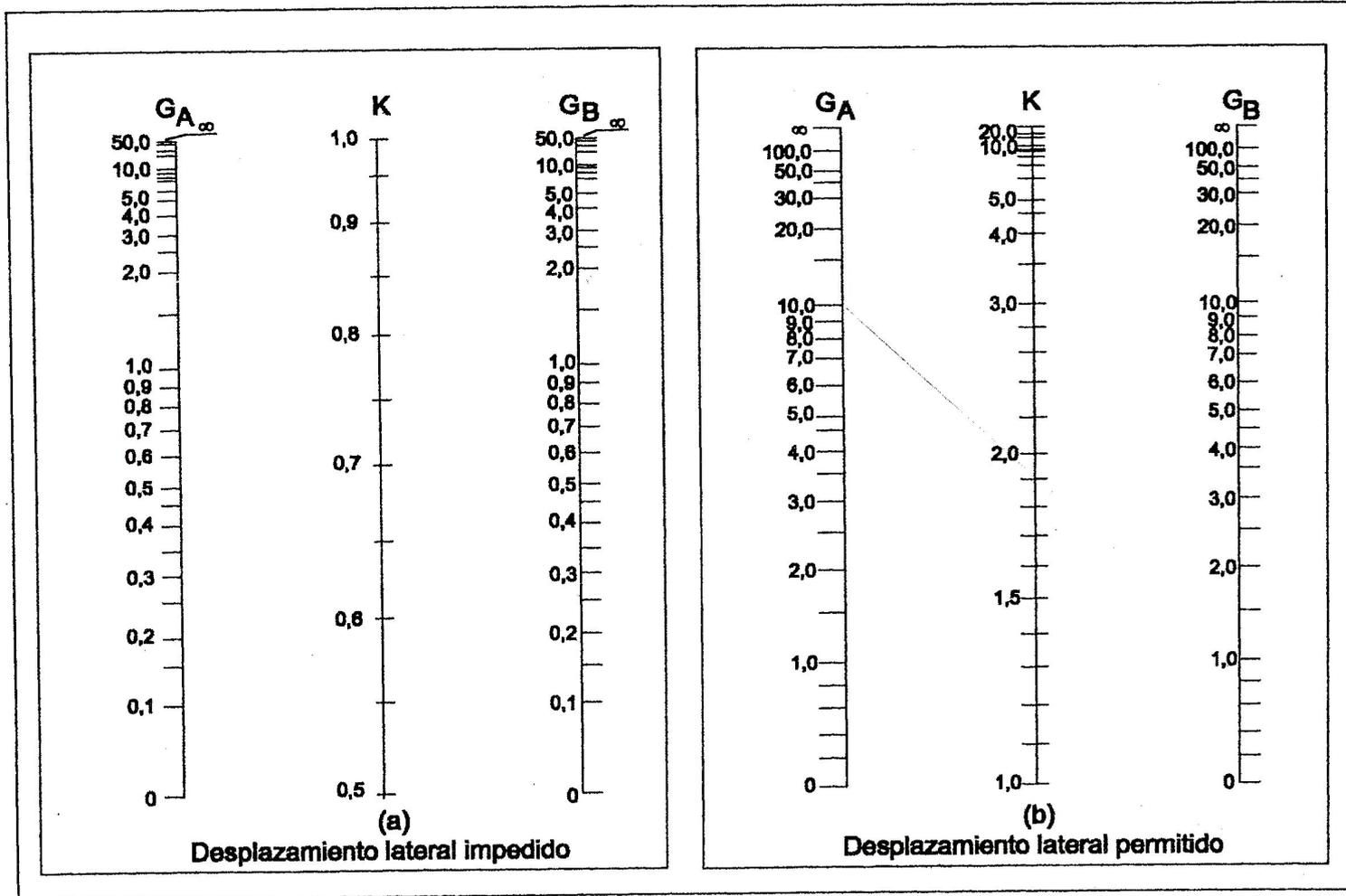
Para  $G_m < 2 \rightarrow k = (20 - G_m) \sqrt{1 + G_m} / 20$

Para  $G_m \geq 2 \rightarrow k = 0,9 \sqrt{1 + G_m}$

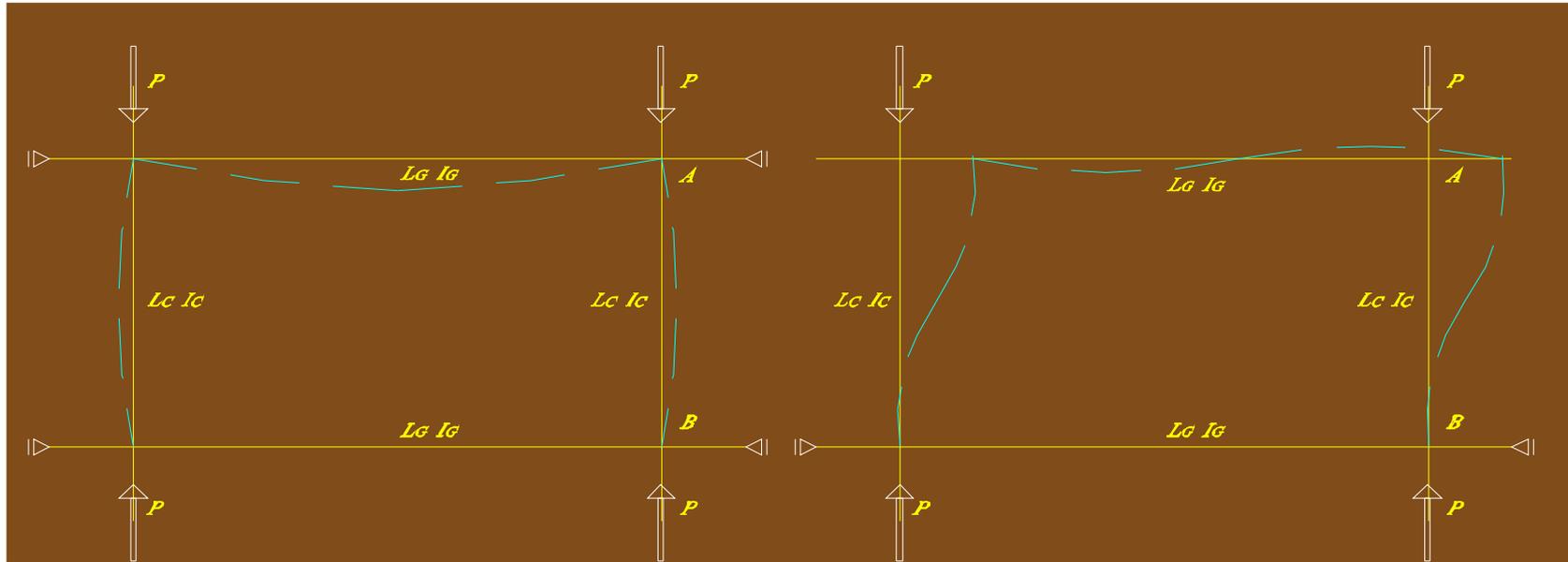
S.D. extremo articulo

$$k = 2 + 0,3 G$$

Figura C-C.2-2 (continuación)  
Ábacos para  $k$  en columnas de pórticos



## COLUMNAS DE PÓRTICOS: Factor de longitud de pandeo $k$

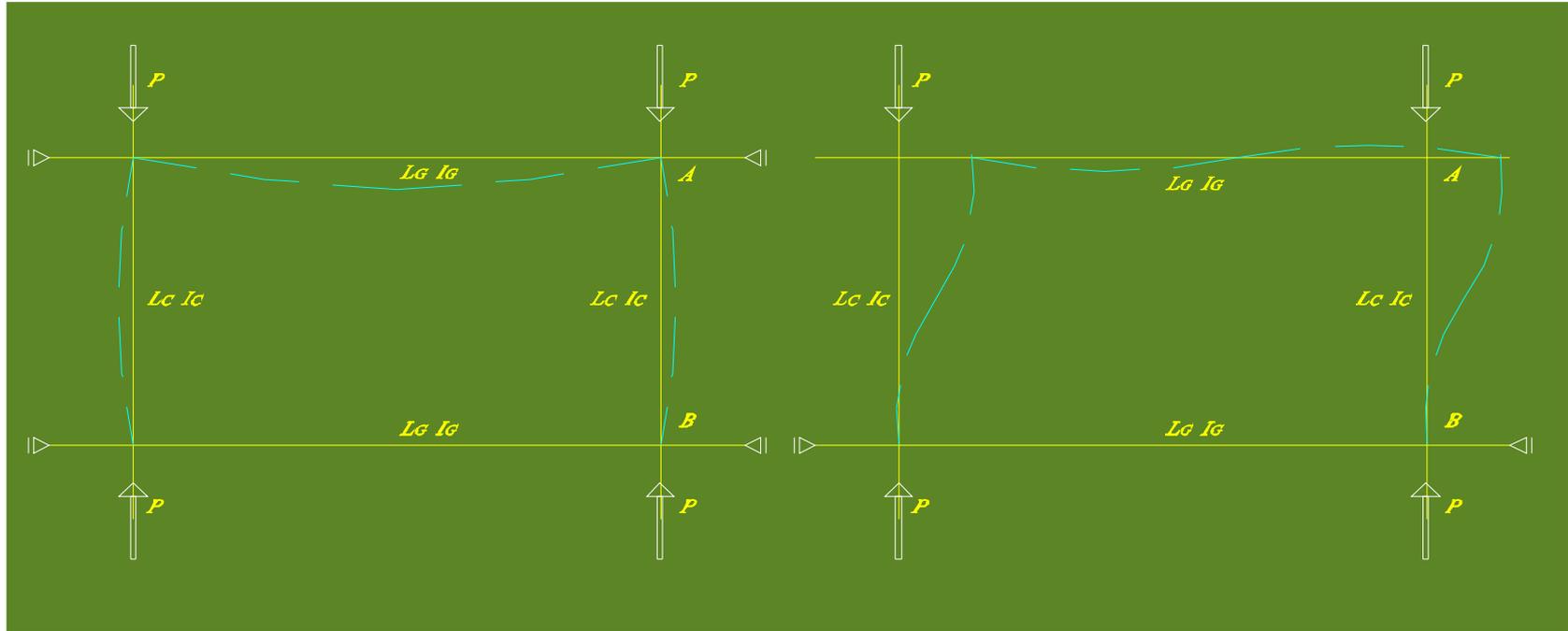


- Los subíndices **A** y **B** hacen referencia a los nudos extremos de la columna considerada. **G** se define como:

$$G = \frac{\sum (I_c / L_c)}{\sum (I_g / L_g)}$$

- en donde  $\Sigma$  indica la sumatoria de todas las barras rígidamente unidas al nudo y contenidas en el plano de pandeo de la columna considerado.
- $I_c$  es el momento de inercia y  $L_c$  la longitud no arriostrada de la columna.  $I_g$  es el momento de inercia y  $L_g$  la longitud no arriostrada de la viga u otras barras de restricción.
- $I_c$  e  $I_g$  deben ser calculados con respecto a los ejes perpendiculares al plano de pandeo considerado.
- Para los extremos articulados **G** es teóricamente infinito, pero a menos que se materialice efectivamente la articulación con un pasador totalmente libre de fricción se tomará **G = 10** para el proyecto práctico.
- Si la columna está rígidamente unida a una base adecuadamente proyectada (o sea teóricamente empotrada) puede tomarse prácticamente **G = 1**. Valores menores sólo pueden utilizarse si se justifica mediante análisis.

## COLUMNAS DE PÓRTICOS: Factor de longitud de pandeo $k$



Calculados  $G_A$  y  $G_B$ , se une con una línea recta los valores, la intersección en el centro indica el valor  $k$  buscado

# COLUMNAS DE PÓRTICOS: Factor de longitud de pandeo $k$

Sist. indesplazables

$$k = \min \left[ 0,7 + 0,05 (G_A + G_B); 0,85 + 0,05 G_{\min}; 1 \right]$$

Sistema desplazables

$$G_m = (G_A + G_B) / 2$$

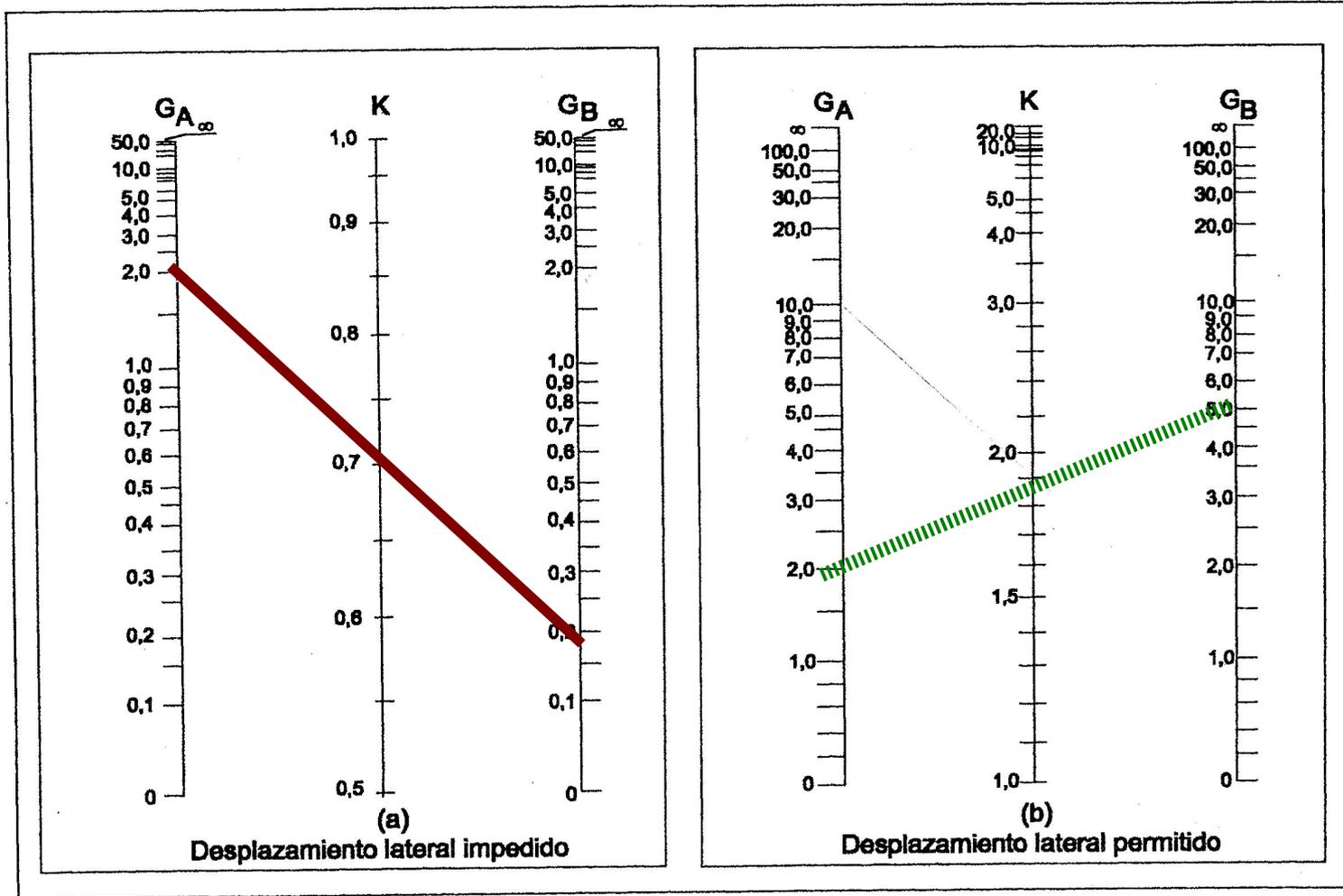
Para  $G_m < 2 \rightarrow k = (20 - G_m) \sqrt{1 + G_m} / 20$

Para  $G_m \geq 2 \rightarrow k = 0,9 \sqrt{1 + G_m}$

S.D. extremo articulo

$$k = 2 + 0,3 G$$

Figura C-C.2-2 (continuación)  
Ábacos para  $k$  en columnas de pórticos



29

## COLUMNAS DE PÓRTICOS: Factor de longitud de pandeo $k$

En Comentarios CIRSOC 201-2005, se indican fórmulas para hallar  $k$

### ■ PÓRTICOS INDESPLAZABLES – ARRIOSTRADOS

$$k = \min \left[ 0,7 + 0,05 (G_A + G_B); 0,85 + 0,05 G_{\min}; 1 \right]$$

### ■ PÓRTICOS DESPLAZABLES – NO ARRIOSTRADOS

$$G_{med} = (G_A + G_B) / 2$$

Si  $G_{med} < 2$

$$k = (20 - G_{med}) \sqrt{1 + G_{med}} / 20$$

Si  $G_{med} \geq 2$

$$k = 0,9 \cdot \sqrt{1 + G_{med}}$$

Con un extremo articulado

$$k = 2 + 0,3 \cdot G$$

## COLUMNAS DE PÓRTICOS: Factor de longitud de pandeo $k$

AJUSTES. Cuando no se verifican las hipótesis de partida.

- *Según la conexión del extremo más alejado de la viga: articulado, empotrado....*
- *Corrección del punto de inflexión en la viga, cuando los momentos en sus extremos no son iguales*
- *Si la columna está en zona inelástica, disminuye la rigidez de la columna por disminución del módulo elástico.*

(a) Para  $(P_u/P_y) \leq 1/3$  (elástico):  $\beta = 1$

(b) Para  $(P_u/P_y) > 1/3$  (inelástico):

$$G_A : G_B = \beta \cdot (G_A : G_B) \qquad \beta = -7,38(P_u/P_y) \log\left(\frac{(P_u/P_y)}{0,85}\right) \qquad (C-C.2-3)$$

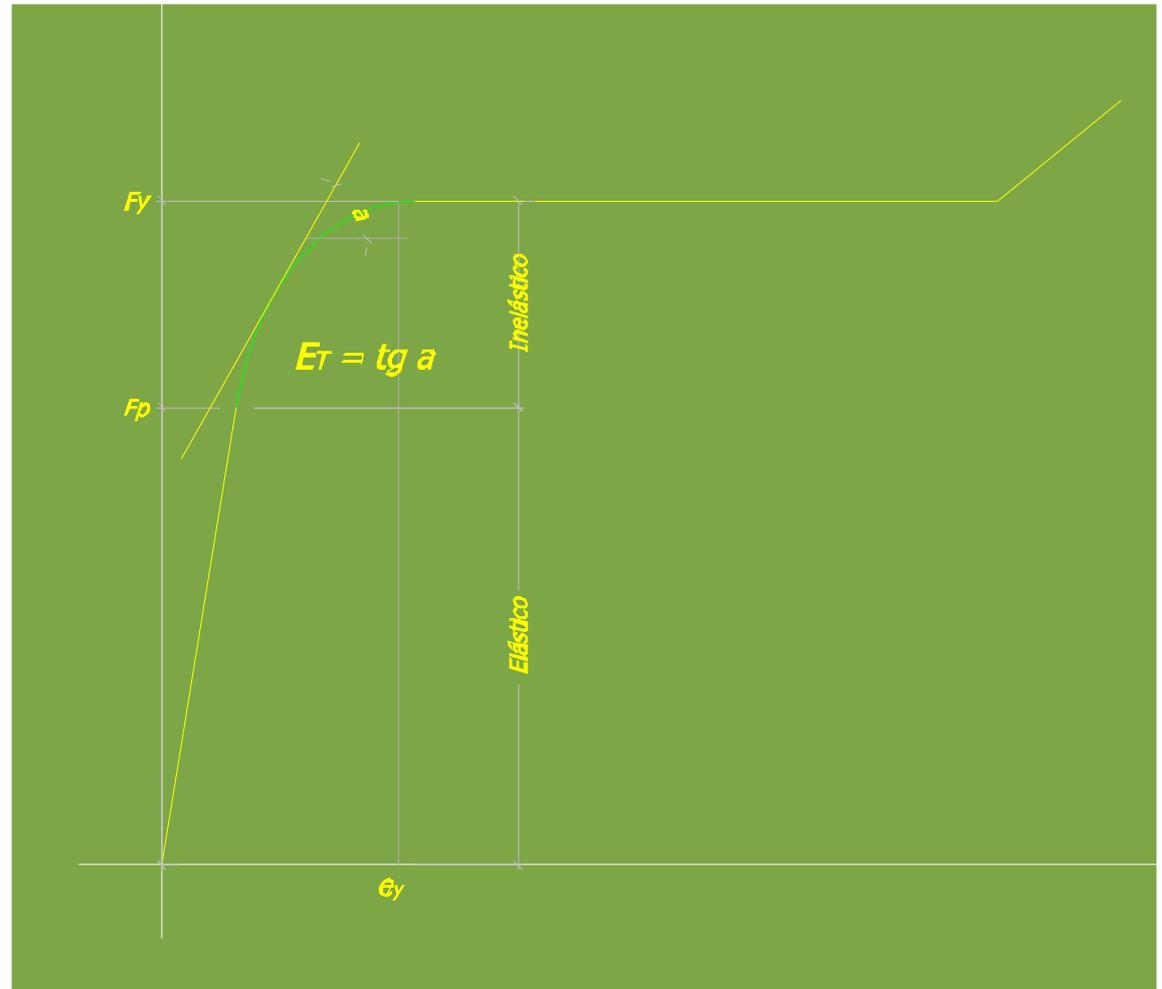
$$\beta = \frac{E_t}{E} \approx \frac{P_u}{A_g \cdot \phi_c \cdot F_{cre}}$$

# COLUMNAS DE PÓRTICOS: Factor de longitud de pandeo $k$

## ■ Pandeo INELÁSTICO

$$P_{eT} = \frac{\pi^2 \cdot E_T \cdot I}{(k \cdot L)^2}$$

$$F_e = \frac{\pi^2 \cdot E_T \cdot I}{(k \cdot L)^2 \cdot A_g} = \frac{\pi^2 \cdot E_T}{\left(\frac{k \cdot L}{r}\right)^2}$$



## COLUMNAS DE PÓRTICOS: Factor de longitud de pandeo $k$

**AJUSTES.** Cuando no se verifican las hipótesis de partida.

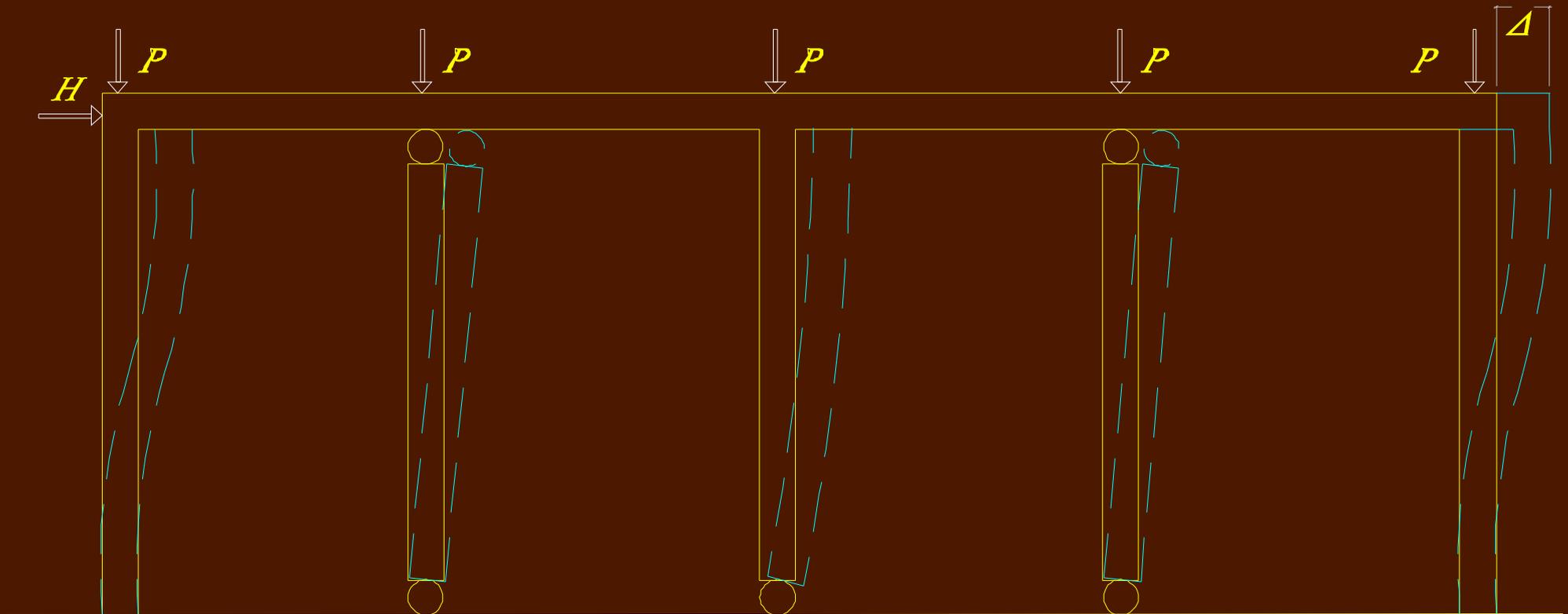
- *Valores de  $\beta$  para acero F24.*

<b>Tabla C-C.2-2</b>			
<b>Factores <math>\beta</math> de reducción por inelasticidad para <math>F_y = 235</math> MPa</b>			
<b><math>P_u/A_g</math> ( MPa. )</b>	<b><math>\beta</math></b>	<b><math>P_u/A_g</math> ( MPa. )</b>	<b><math>\beta</math></b>
<b>235</b>	<b>-</b>	<b>145</b>	<b>0,633</b>
<b>220</b>	<b>-</b>	<b>140</b>	<b>0,679</b>
<b>200</b>	<b>0,004</b>	<b>135</b>	<b>0,721</b>
<b>195</b>	<b>0,060</b>	<b>130</b>	<b>0,762</b>
<b>190</b>	<b>0,131</b>	<b>125</b>	<b>0,799</b>
<b>185</b>	<b>0,193</b>	<b>120</b>	<b>0,834</b>
<b>180</b>	<b>0,256</b>	<b>115</b>	<b>0,866</b>
<b>175</b>	<b>0,316</b>	<b>110</b>	<b>0,895</b>
<b>170</b>	<b>0,374</b>	<b>105</b>	<b>0,921</b>
<b>165</b>	<b>0,430</b>	<b>95</b>	<b>0,963</b>
<b>160</b>	<b>0,484</b>	<b>85</b>	<b>0,990</b>
<b>155</b>	<b>0,536</b>	<b>78,33</b>	<b>1,00</b>
<b>150</b>	<b>0,586</b>	<b>&lt; 78,33</b>	<b>1,00</b>

## SOPORTES QUE NO APORTAN RIGIDEZ DE PISO

AJUSTES. Cuando no se verifican las hipótesis de partida.

- Pórticos desplazables cuando algunas columnas no colaboran con la rigidez lateral*



## SOPORTES QUE NO APORTAN RIGIDEZ DE PISO

*Se consideran dos métodos:*

- *Método de la rigidez de piso (Le Messurier)*
- *Método del pandeo de piso (Yura)*

*Aplicar procedimientos  
indicados en bibliografía,  
Reglamento CIRSOC 301  
y Comentarios*

